一般選抜問題　前期（A 日程）

数　学

（ 問題：全 6 ページ ）

（ 解答番号： $\boxed{1}$ ～ $\boxed{69}$ ）

数学の問題には，必答問題と学科別問題があります。
第 1 問は記述解答問題です。記述問題解答用紙に解答してください。

記述問題解答用紙には受験番号と氏名を必ず記入してください。

$\boxed{\text{必答問題}}$　第 1 問および第 2 問は必ず解答してください。

（ 第 1 問　記述問題解答用紙に解答 ）

（ 第 2 問　解答番号： $\boxed{1}$ ～ $\boxed{15}$ ）

$\boxed{\text{学科別問題}}$

機械システム工学科，電子ロボット工学科および情報メディア学科を志願して学内併願を希望の志願者

第 3 問と第 4 問を解答してください。

（ 第 3 問　解答番号： $\boxed{16}$ ～ $\boxed{29}$ ）

（ 第 4 問　解答番号： $\boxed{30}$ ～ $\boxed{41}$ ）

情報メディア学科の専願志願者

第 5 問と第 6 問を解答してください。

（ 第 5 問　解答番号： $\boxed{42}$ ～ $\boxed{54}$ ）

（ 第 6 問　解答番号： $\boxed{55}$ ～ $\boxed{69}$ ）

第１問　(必答問題)

以下の記述解答問題を，記述問題解答用紙に解答せよ。

k を実数の定数とするとき，x の方程式

$$\log_2(x^2+1)\cdot\log_{\frac{1}{2}}(x^2+1)-\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{(x^2+1)^2}+k=0$$

の実数解の個数を調べよ。

第2問 (必答問題)

以下の式中または文中の $\boxed{\ 1\ }$ 〜 $\boxed{\ 1\ 5\ }$ に入る正しい数字 (0 〜 9) を，マークシート上の該当する番号 1 〜 15 の解答欄にマークして答えよ。

関数 $f(\theta) = \dfrac{\sin\theta - 7}{\cos\theta - 4}$ の最大値および最小値をそれぞれ求めよう。

$t = f(\theta)$，$x = \cos\theta - 4$，$y = \sin\theta - 7$ とおくと，

$$\begin{cases} y = tx & \cdots\cdots\ ① \\ \left(x + \boxed{\ 1\ }\right)^2 + \left(y + \boxed{\ 2\ }\right)^2 = \boxed{\ 3\ } & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$$

① を ② に代入して，y を消去すると，

$$\left(t^2 + \boxed{\ 4\ }\right)x^2 + 2\left(\boxed{\ 5\ }t + \boxed{\ 6\ }\right)x + \boxed{\ 7\ }\boxed{\ 8\ } = 0 \quad \cdots\cdots\ ③$$

直線 ① と円 ② が共有点をもつためには，x の2次方程式 ③ の判別式を D としたとき，$D \geqq 0$ でなければならない。これより，t に関する2次不等式

$$15t^2 - \boxed{\ 9\ }\boxed{\ 1\ 0\ }t + \boxed{\ 1\ 1\ }\boxed{\ 1\ 2\ } \leqq 0$$

が得られる。これを解くと，

$$\frac{\boxed{\ 1\ 3\ }}{3} \leqq t \leqq \frac{\boxed{\ 1\ 4\ }\boxed{\ 1\ 5\ }}{5}$$

となるから，関数 $f(\theta)$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\ 1\ 4\ }\boxed{\ 1\ 5\ }}{5}$，最小値は $\dfrac{\boxed{\ 1\ 3\ }}{3}$ となる。

第3問 (学科別問題) (機械システム工学科／電子ロボット工学科／情報メディア学科を志願して学内併願希望の志願者は，この問題を選択して解答せよ。)

以下の式中または文中の $\boxed{16}$ ～ $\boxed{29}$ に入る正しい数字 (0 ～ 9) を，マークシート上の該当する番号 16 ～ 29 の解答欄にマークして答えよ。

2次関数 $f(x)=x^2-8x+15$ と $f(a)>0$ を満たす定数 a に対して，漸化式

$$x_1=a,\quad x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}\quad (n\geqq 1)$$

によって定められる数列 $\{x_n\}$ について考えよう。ここで，$f'(x)$ は，$f(x)$ の導関数である。

定数 a のとり得る値の範囲は，$a<\boxed{16}$，$\boxed{17}<a$ である。

また，$f'(x)=\boxed{18}\,x-\boxed{19}$ であるから，漸化式は，

$$x_{n+1}=\frac{1}{\boxed{20}}\left(x_n+\boxed{21}+\frac{1}{x_n-\boxed{22}}\right)$$

と表される。これより，$\dfrac{x_{n+1}-\boxed{16}}{x_{n+1}-\boxed{17}}=\left(\dfrac{x_n-\boxed{16}}{x_n-\boxed{17}}\right)^{\boxed{23}}$ となるから，

$$\frac{x_n-\boxed{16}}{x_n-\boxed{17}}=\left(\frac{a-\boxed{16}}{a-\boxed{17}}\right)^{\boxed{23}^{n-\boxed{24}}}$$

が得られる。

したがって，数列 $\{x_n\}$ の一般項は，

$$x_n=\frac{\boxed{25}-\boxed{26}\left(\dfrac{a-\boxed{16}}{a-\boxed{17}}\right)^{\boxed{23}^{n-\boxed{24}}}}{\boxed{27}-\left(\dfrac{a-\boxed{16}}{a-\boxed{17}}\right)^{\boxed{23}^{n-\boxed{24}}}}$$

となる。また，数列 $\{x_n\}$ の極限値は，

$$a<\boxed{16}\text{ のとき，}\lim_{n\to\infty}x_n=\boxed{28}$$

$$\boxed{17}<a\text{ のとき，}\lim_{n\to\infty}x_n=\boxed{29}$$

である。

第4問 (学科別問題) (機械システム工学科／電子ロボット工学科／情報メディア学科を志願して学内併願希望の志願者は，この問題を選択して解答せよ。)

以下の式中または文中の $\boxed{30}$ ～ $\boxed{41}$ に入る正しい数字(0～9)を，マークシート上の該当する番号 30 ～ 41 の解答欄にマークして答えよ。ただし，分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）の形で答えよ。また，根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

［1］ 2点 $\mathrm{A}(-5,\ 0)$，$\mathrm{B}(5,\ 0)$ と円 $(x+5)^2+y^2=36$ がある。

円上に点Qをとり，線分BQの垂直二等分線と直線AQとの交点をPとするとき，

点Pから2点A，Bまでの距離の差 $|\mathrm{PA}-\mathrm{PB}|$ は，一定の値 $\boxed{30}$ をとる。

したがって，点Qが円上を動くとき，点Pの軌跡は，双曲線

$$\frac{x^2}{\boxed{31}}-\frac{y^2}{\boxed{32}\boxed{33}}=1$$

である。また，この双曲線の漸近線の方程式は，$y=\pm\dfrac{\boxed{34}}{\boxed{35}}x$ である。

［2］ $0\leqq x\leqq\pi$ において，2曲線 $y=\sin x$，$y=\cos\dfrac{x}{2}$ で囲まれた図形がある。

(1) 2曲線の交点の x 座標は，$x=\dfrac{\pi}{\boxed{36}}$，$\pi$ である。

(2) 図形の面積は，$\dfrac{\boxed{37}}{\boxed{38}}$ である。

(3) 図形を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は，$\dfrac{\boxed{39}\sqrt{\boxed{40}}}{\boxed{41}}\pi$

である。

第5問 (学科別問題) (情報メディア学科専願の志願者は，この問題を選択して解答せよ。)

以下の式中または文中の $\boxed{42}$ ～ $\boxed{54}$ に入る正しい数字 (0 ～ 9) を，マークシート上の該当する番号 42 ～ 54 の解答欄にマークして答えよ。ただし，分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）の形で答えよ。

C市の住民の a％の人は，ウイルスVに感染している。このウイルスに感染したかどうかを判定する検査法Tでは，感染した人を陽性と判定する確率が 70％，感染していない人を陰性と判定する確率が 90％である。ただし，a は $0 \leqq a \leqq 100$ の実数とする。

C市のAさんが検査法Tを受けて陽性と判定されたとき，Aさんがウイルスに感染している確率を考えよう。

AさんがウイルスVに感染している事象を K，検査法Tを受けて陽性と判定される事象を Y，これらの余事象をそれぞれ $\overline{K}$，$\overline{Y}$ とすると，$\overline{K}$ の確率 $P\left(\overline{K}\right)$ は，

$P\left(\overline{K}\right) = \boxed{42} - \dfrac{a}{100}$，$K$ が起こったときの Y が起こる条件付き確率 $P_K(Y)$ は，

$P_K(Y) = \dfrac{\boxed{43}}{10}$，$\overline{K}$ が起こったときの Y が起こる条件付き確率 $P_{\overline{K}}(Y)$ は，

$P_{\overline{K}}(Y) = \dfrac{\boxed{44}}{10}$ であるから，Aさんが陽性と判定される確率，すなわち，Y の確率 $P(Y)$ は，$P(Y) = \dfrac{\boxed{45}\,a + \boxed{46}\,\boxed{47}}{500}$ となる。

したがって，Aさんが陽性と判定されたとき，ウイルスVに感染している確率，すなわち，

Y が起こったときの K が起こる条件付き確率 $P_Y(K)$ は，$P_Y(K) = \dfrac{\boxed{48}\,a}{\boxed{49}\,a + 100}$ である。

これより，C市の住民のうち，ウイルスVに感染している割合が5％未満であるとき，

$P_Y(K) < \dfrac{\boxed{50}}{\boxed{51}\,\boxed{52}}$ となる。

また，Aさんが陽性と判定されたとき，ウイルスVに感染していない確率が 25％以下のときは，C市の住民のうち，$\boxed{53}\,\boxed{54}$％以上の人が，ウイルスVに感染していることが分かる。

第6問 (学科別問題) (情報メディア学科専願の志願者は，この問題を選択して解答せよ。)

以下の式中または文中の $\boxed{55}$ ～ $\boxed{69}$ に入る正しい数字 (0 ～ 9) を，マークシート上の該当する番号 55 ～ 69 の解答欄にマークして答えよ。ただし，分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）の形で答えよ。また，根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。

放物線 $y = x^2$ を C_1 とし，2点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{4}\right)$，$\mathrm{B}\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{4}\right)$ で C_1 と接する円を C_2 とする。

また，放物線 C_1 上の点 A における接線を l_1，点 A を通り，l_1 と垂直な直線を l_2 とする。

(1) 直線 l_1 の傾きは $\boxed{55}$，切片は $-\dfrac{1}{\boxed{56}}$ である。

また，直線 l_2 の傾きは $-\boxed{57}$，切片は $\dfrac{\boxed{58}}{\boxed{59}}$ である。

(2) 円 C_2 の中心は $\left(\boxed{60},\ \dfrac{\boxed{61}}{\boxed{62}}\right)$，半径は $\dfrac{1}{\sqrt{\boxed{63}}}$ である。

(3) 放物線 C_1 と円 C_2 で囲まれた部分の面積 S を求めよう。

第1象限において，放物線 C_1 と直線 l_2 および y 軸で囲まれた部分の面積を求めると，

$\dfrac{\boxed{64}}{\boxed{65}\boxed{66}}$ となる。これを用いると，$S = \dfrac{\boxed{64}}{\boxed{67}\boxed{68}} - \dfrac{\pi}{\boxed{69}}$ である。